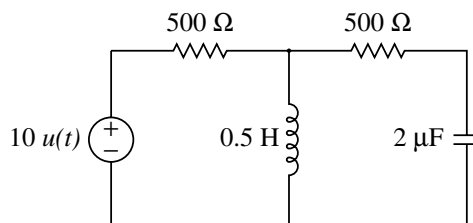


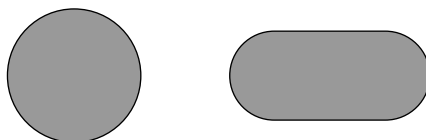
Nome: \_\_\_\_\_

**Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador.** O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros!

1. (4 valores) A f.e.m. da fonte no circuito da figura é  $10 u(t)$ , em volt, onde  $u(t)$  é a função degrau unitário. Encontre as expressões da voltagem e da corrente no indutor, em função do tempo.



2. (4 valores) Uma esfera metálica encontra-se próxima de outra peça metálica formada por um cilindro e duas semiesferas, como mostra a figura. Ambos objetos estão isolados de qualquer outro condutor. A esfera tem carga positiva ( $Q_1 > 0$ ) e a peça cilíndrica está completamente descarregada ( $Q_2 = 0$ ). Arbitrando que o potencial da peça cilíndrica é zero, então o potencial da esfera é 80 V. Faça um diagrama, na sua folha de exame, mostrando as duas peças, a distribuição de cargas, as linhas de campo nas duas peças e à sua volta, e as superfícies equipotenciais de -5 V, 5 V e 75 V.



**PERGUNTAS.** Avalia-se unicamente a **letra** que apareça na caixa de “Resposta”. **Cotação:** certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco ou ilegível, 0.

3. Em coordenadas cartesianas, a expressão do campo elétrico numa região do espaço é:  
 $a x^2 y \cos(2z) \hat{i} + 2 x^3 \cos(2z) \hat{j} - 4 x^3 y \sin(2z) \hat{k}$   
 Determine o valor da constante  $a$ .

- (A) 3                      (C) 4                      (E) 2  
 (B) 6                      (D) 1

Resposta:

4. Num condensador ligado a uma fonte ideal com f.e.m.  $\varepsilon$  a energia eletrostática armazenada é  $U$ . Se  $\varepsilon$  for aumentada até  $2\varepsilon$ , a energia passará a ser:

- (A) a mesma  $U$             (C)  $U/4$                       (E)  $4U$   
 (B)  $2U$                       (D)  $U/2$

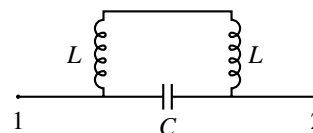
Resposta:

5. O campo magnético numa região do espaço é  $3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$  (unidades SI). Determine o módulo do binário magnético numa espira triangular, com vértices na origem e nos pontos (5.6, 0, 0) e (0, 4.3, 0) (unidades SI), percorrida por uma corrente de 1 A.

- (A) 53.8 N·m                (C) 77.1 N·m                (E) 64.8 N·m  
 (B) 43.4 N·m                (D) 60.2 N·m

Resposta:

6. Calcule a impedância complexa equivalente entre os pontos 1 e 2, para tensão/corrente alternada com frequência angular  $\omega$ .



- (A)  $\frac{i 2 L \omega}{1 - 2 L C \omega^2}$                       (D)  $\frac{i 2 L \omega}{2 - L C \omega^2}$   
 (B)  $\frac{i L \omega}{2 - L C \omega^2}$                       (E)  $\frac{i (2 L C \omega^2 - 1)}{2 C \omega}$   
 (C)  $\frac{i (L C \omega^2 - 2)}{2 C \omega}$

Resposta:

7. Quando a tensão num dispositivo, em função do tempo, é  $V(t) = 3 \cos(80t + 0.9)$ , a expressão da corrente é  $I(t) = 1.5 \cos(80t + 0.5)$  (unidades SI). Determine o valor da impedância desse dispositivo.

- (A)  $0.461 - i0.195$                       (D)  $1.842 - i0.779$   
 (B)  $0.461 + i0.195$                       (E)  $1.842 + i0.779$   
 (C)  $0.779 + i1.842$

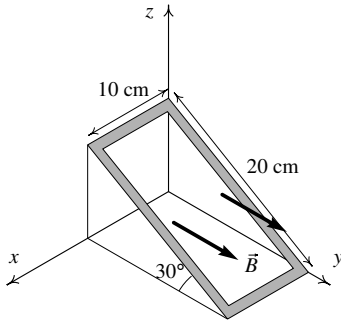
Resposta:

8. O coeficiente de temperatura do ferro a  $20^\circ\text{C}$ , é igual a 0.005. Duas resistências de ferro têm valores de  $1.7\text{ k}\Omega$  e  $3.2\text{ k}\Omega$ , quando a temperatura é de  $20^\circ\text{C}$ . Determine o valor da resistência equivalente, quando essas duas resistências são ligadas em paralelo e a temperatura aumenta até  $65^\circ\text{C}$ .

- (A)  $1.22\text{ k}\Omega$  (C)  $1.58\text{ k}\Omega$  (E)  $1.47\text{ k}\Omega$   
 (B)  $1.11\text{ k}\Omega$  (D)  $1.36\text{ k}\Omega$

Resposta:

9. Uma espira retangular, com arestas de  $10\text{ cm}$  e  $20\text{ cm}$ , encontra-se inclinada  $30^\circ$  em relação ao plano  $Oxy$ , como mostra a figura. Calcule o fluxo magnético através da espira, produzido por um campo magnético uniforme, na direção e sentido do eixo dos  $y$ , com módulo de  $5.8\text{ T}$ .



- (A)  $0.1\text{ T}\cdot\text{m}^2$  (C)  $0.058\text{ T}\cdot\text{m}^2$  (E)  $0.116\text{ T}\cdot\text{m}^2$   
 (B)  $5.8\text{ T}\cdot\text{m}^2$  (D)  $0.174\text{ T}\cdot\text{m}^2$

Resposta:

10. Dentro do paralelepípedo definido por  $0 \leq x \leq 3$ ,  $0 \leq y \leq 2$  e  $0 \leq z \leq 4$  (em metros), existe carga elétrica distribuída uniformemente. O fluxo elétrico produzido pelo paralelepípedo, através da esfera com centro na origem e raio igual a  $5\text{ m}$ , é igual a  $2325\text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}^2)$ . Determine a carga volúmica dentro do paralelepípedo, em unidades de  $\text{nC}/\text{m}^3$ .

- (A) 2.5697 (C) 0.3212 (E) 0.1645  
 (B) 0.8566 (D) 0.571

Resposta:

11. Num sistema de três cargas pontuais,  $q_1 = 4\text{ nC}$ ,  $q_2 = 3\text{ nC}$  e  $q_3 = 2\text{ nC}$ , a distância entre as cargas 1 e 2 é  $2\text{ cm}$ , entre as cargas 1 e 3 é  $2\text{ cm}$ , e entre as cargas 2 e 3 é  $3\text{ cm}$ . Calcule a relação entre as forças elétricas produzidas pelas cargas 1 e 2 sobre a carga 3.

- (A) 6 (C) 2 (E)  $16/27$   
 (B) 3 (D)  $32/27$

Resposta:

12. Quando o sinal de entrada num circuito é  $V_e(t)$  e o sinal de saída é  $V(t)$ , a função de transferência é:

$$\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+3}$$

Determine a equação diferencial do circuito.

- (A)  $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = 2\dot{V}_e + 5V_e$   
 (B)  $\ddot{V} + 2\dot{V} + 6V = \dot{V}_e + 3V_e$   
 (C)  $\dot{V} + 2V = \dot{V}_e + 3V_e$   
 (D)  $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = V_e$   
 (E)  $\ddot{V} + 2\dot{V} + V = \dot{V}_e + 3V_e$

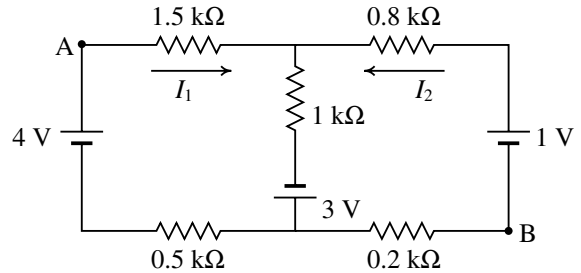
Resposta:

13. Um circuito de corrente alternada é composto por várias resistências e indutores. Qual dos números complexos na lista poderá ser a impedância equivalente do circuito?

- (A)  $2.3 + i1.2$  (D)  $-2.3 - i1.2$   
 (B)  $2.3 - i1.2$  (E)  $-2.3 + i1.2$   
 (C)  $i1.2$

Resposta:

14. A intensidade das duas correntes indicadas no circuito da figura são  $I_1 = 2\text{ mA}$  e  $I_2 = 1\text{ mA}$ . Arbitrando que o potencial seja igual a zero no ponto A, determine o valor do potencial no ponto B.



- (A)  $-2.7\text{ V}$  (C)  $-5.6\text{ V}$  (E)  $-4.8\text{ V}$   
 (B)  $-3.2\text{ V}$  (D)  $-1.3\text{ V}$

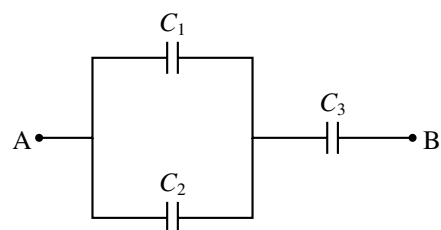
Resposta:

15. Uma carga pontual que se encontra no ponto  $(x, y, z) = (4, 5, 3)$  (distâncias em cm) produz um potencial de  $6\text{ kV}$  no ponto  $(x, y, z) = (2, 6, 2)$ . Calcule o valor da carga em unidades de  $\text{nC}$ .

- (A) 2.72 (C) 14.91 (E) 13.33  
 (B) 16.33 (D) 40.0

Resposta:

16. Ligam-se três condensadores como mostra a figura, onde  $C_1 = 4\text{ }\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 7\text{ }\mu\text{F}$  e  $C_3 = 9\text{ }\mu\text{F}$ . Se a diferença de potencial aplicada entre os pontos A e B for  $12\text{ V}$  qual será a carga no condensador  $C_3$ ?



- (A)  $71.3\text{ }\mu\text{C}$  (C)  $17.8\text{ }\mu\text{C}$  (E)  $89.1\text{ }\mu\text{C}$   
 (B)  $59.4\text{ }\mu\text{C}$  (D)  $35.6\text{ }\mu\text{C}$

Resposta:

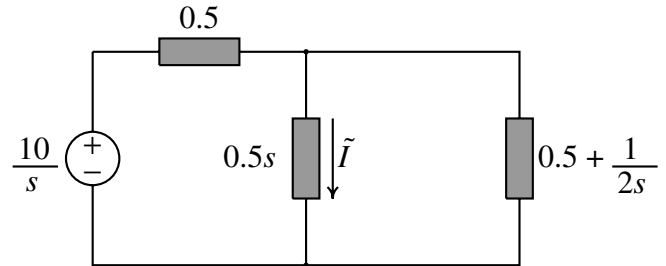
17. Duas pilhas idênticas, cada uma com f.e.m. de  $1.5\text{ V}$  e carga total igual a  $2.4\text{ A}\cdot\text{h}$ , são ligadas em série. Quais são os valores da f.e.m. e da carga disponível do sistema resultante? (observe-se que a energia do sistema deve ser igual à soma das energias das duas pilhas.)

- (A)  $3\text{ V}$  e  $2.4\text{ A}\cdot\text{h}$  (D)  $3\text{ V}$  e  $4.8\text{ A}\cdot\text{h}$   
 (B)  $1.5\text{ V}$  e  $4.8\text{ A}\cdot\text{h}$  (E)  $1.5\text{ V}$  e  $1.2\text{ A}\cdot\text{h}$   
 (C)  $3\text{ V}$  e  $1.2\text{ A}\cdot\text{h}$

Resposta:

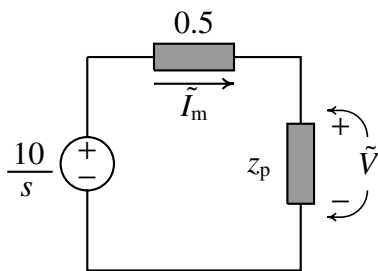
**Problema 1.** (a) Pode usar-se unidades SI mas, para simplificar os resultados, usaremos unidades em que a resistência e a impedância são medidas em  $k\Omega$ , a indutância em H, a capacidade em  $\mu F$ , a frequência em kHz, o tempo em ms, a voltagem em V e a corrente em mA.

A impedância de ambas resistências é então 0.5, a impedância do indutor  $0.5s$  e a impedância do condensador  $1/(2s)$ . A transformada de Laplace da voltagem da fonte é  $10/s$ . A resistência do lado direito está em série com o condensador; como tal, o circuito pode ser simplificado resultando no diagrama que se mostra à direita, onde  $\tilde{I}$  é a transformada da corrente que passa pelo indutor.



As duas impedâncias em paralelo podem ser combinadas numa só. Usando o *Maxima*, o resultado é:

$$z_p = \frac{0.5s \left(0.5 + \frac{1}{2s}\right)}{0.5s + 0.5 + \frac{1}{2s}} = \frac{s^2 + s}{2(s^2 + s + 1)}$$



Obtém-se assim o circuito no lado esquerdo. A diferença de potencial no sistema em paralelo,  $\tilde{V}$ , é a mesma diferença de potencial no indutor. A corrente na malha é  $\tilde{I}_m$  igual a:

$$\tilde{I}_m = \frac{\frac{10}{s}}{0.5 + z_p} = \frac{20(s^2 + s + 1)}{2s^3 + 2s^2 + s}$$

A diferença de potencial no indutor é:

$$\tilde{V} = z_p \tilde{I}_m = \frac{10(s + 1)}{2s^2 + 2s + 1}$$

E a corrente no indutor:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}}{0.5s} = \frac{20(s + 1)}{2s^3 + 2s^2 + s}$$

No domínio do tempo, a voltagem e a corrente no indutor são as transformadas inversas de  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$ . Usando a função **ilt** do *Maxima*, o resultado é:

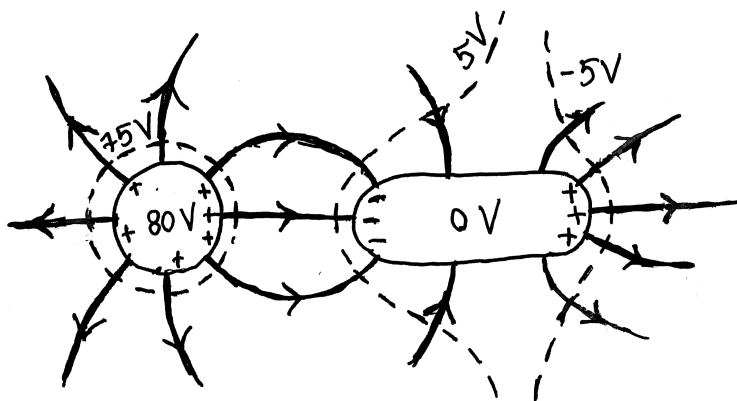
$$V(t) = 5e^{-\frac{t}{2}} \left( \cos\left(\frac{t}{2}\right) + \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right) u(t) \qquad I(t) = 20 \left( 1 - e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{t}{2}\right) \right) u(t)$$

onde o tempo  $t$  é dado em ms, a voltagem  $V$  em V e a corrente  $I$  em mA.

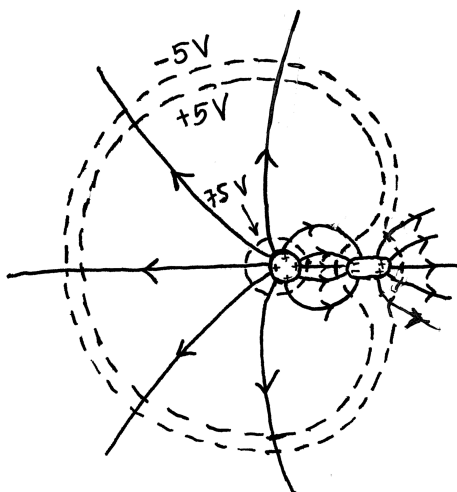
## Problema 2. Há que ter em conta várias coisas:

- As cargas distribuem-se nas superfícies dos dois condutores. No cilindro são induzidas cargas negativas no extremo mais próximo da esfera e o mesmo número de cargas positivas no extremo mais afastado. Na superfície da esfera há cargas positivas, mais concentradas no extremo próximo do cilindro.
- Não há linhas de campo dentro da esfera nem dentro do cilindro. Há linhas de campo a começar na superfície da esfera e na superfície do cilindro, no extremo onde há carga positiva, e linhas de campo a terminar na superfície do cilindro, no extremo onde há carga negativa.
- Todas as linhas de campo são perpendiculares à superfície do objeto onde começam ou terminam.
- Nenhuma linha de campo pode começar num extremo do cilindro e terminar no outro, porque o potencial é constante no cilindro, enquanto que o potencial onde começa uma linha é sempre maior do que o potencial onde esta termina.
- A equipotencial de 75 V estará próxima da esfera, onde o potencial é 80 V, e as equipotenciais de 5 V e -5 V estarão próximas do cilindro, onde o potencial é 0. No entanto, nenhuma dessas equipotenciais pode tocar nenhum dos objetos, porque estes têm valores de potencial diferentes de 75 V, 5 V e -5 V.
- Essas 3 equipotenciais não se podem cruzar entre si, por terem valores de potencial diferentes, e devem ser perpendiculares às linhas de campo elétrico, em todos os pontos onde se cruzam com elas.

O gráfico é aproximadamente o seguinte:



Também pode ser representado visto desde mais longe:



## Perguntas

3. B	6. A	9. C	12. A	15. B
4. E	7. E	10. B	13. A	16. B
5. D	8. D	11. B	14. B	17. A

## Critérios de avaliação

### Problema 1

- Uso de unidades compatíveis .....0.4
- Cálculo das impedância do indutor e do condensador, em função de  $s$  .....0.4
- Obtenção da expressão, em função de  $s$ , da impedância do sistema em paralelo .....0.4
- Obtenção da expressão, em função de  $s$ , da corrente na malha .....0.4
- Obtenção da expressão, em função de  $s$ , da voltagem no indutor .....0.8
- Obtenção da expressão, em função de  $s$ , da corrente no indutor .....0.8
- Obtenção da expressão, em função de  $t$ , da voltagem no indutor .....0.4
- Obtenção da expressão, em função de  $t$ , da corrente no indutor .....0.4

### Problema 2

- Representação das cargas nas superfícies dos dois objetos .....0.4
- Representação das cargas induzidas no objeto descarregado (igual número de positivas e negativas, com cargas de sinal oposto ao da carga do objeto carregado mais próximas deste) .....0.8
- Maior concentração de cargas no objeto carregado no extremo mais próximo do outro objeto.....0.4
- Linhas de campo a começar ou terminar na superfície de cada objeto e perpendiculares à superfície 0.8
- Equipotencial próxima do objeto carregado .....0.4
- Duas equipotenciais próximas do objeto descarregado, contornando-o nos dois lados .....0.8
- Equipotenciais perpendiculares às linhas de campo .....0.4